

Pénzügyi idősorok hiányzó adatainak kezelése – afrikai devizaárfolyamok példáján

Sávai Marianna¹ – Kiss Gábor Dávid²

A tanulmány célja a pénzügyi idősorokban megjelenő adathiányok kezelésére alkalmazott főbb eljárások összehasonlítása, azok momentumokra, volatilitás-modellezésre és Value-at-Risk jelzésekre gyakorolt hatásain keresztül. Tekintettel arra, hogy a hiányzó adatok kezelését elsősorban kérdőíves lekérdezésekből származó adathiányok esetében tárgyalja a szakirodalom elsődlegesen, szükséges a pénzügyi idősorokon történő összehasonlításuk. A szerzők a listaszerű adattörlést, átlaggal pótlást és a likelihood-bebecsléseken alapuló általános várakozásmaximalizációs eljárásokat hasonlítják össze napi záró devizás idősorokon. A vizsgált minta az afrikai lebegő devizákat tartalmazza 2000. március 8. és 2015. március 6. között dollárban denominálva, kiegészítve az euróval és az ahhoz kötött CFA frankkal. Az elvégzett számítások eredményei alapján az EM-eljárás alkalmazását nem javasolják, annak a volatilitásra, korrelációra és extrém elmozdulásokra gyakorolt hatásai miatt.^{3,4}

Kulcsszavak: hiányzó adat, idősor

1. Bevezetés

A többváltozós idősorok elemzése során szinkronizált és folytonos adatokra van szükségünk – azaz minden kereskedési nap és vizsgált piaci eszköz esetében rendelkezniünk kell egy árfolyammal. Mindazonáltal lehetnek olyan speciális alkalmak, amikor egy vagy több adat hiányzik a kereskedési aktivitás hiánya miatt. Tanulmányunkban a hiányzó adatok pótlására alkalmazott főbb módszerek GARCH- (generalized autoregressive conditional heteroskedasticity – általánosított auto-regresszív feltételes heteroszkedaszticitás), VaR- (value at risk – kockázatosított érték) eljárások paramétereire gyakorolt hatását hasonlítjuk össze, különösképpen kitérve a volatilitás perzisztenciájára és aszimmetriájára, valamint az eredeti és javított idősorok momentumaira.⁵

¹ Sávai Marianna, PhD-hallgató, Szegedi Tudományegyetem (Szeged)

² Kiss Gábor Dávid, adjunktus, Szegedi Tudományegyetem (Szeged)

³ A szerzők köszönetet mondanak a Pallas Athéné Domus Scientiae Alapítványnak a pénzügyi támogatásért, amely hozzájárult a tanulmány elkészüléséhez.

⁴ Eredeti tanulmány megjelent: Sávai Marianna – Kiss Gábor Dávid (2016): Pénzügyi idősorok hiányzó adatainak kezelése – afrikai devizaárfolyamok példáján. *Statisztikai Szemle*, 94, 7, 736-756. o. DOI: 10.20311/stat2016.07.hu0736

⁵ Az adathiány kezelése nem kizárólag a pénzügyi idősorokra vonatkozik, nemzetközi folyamatok összehasonlítására is alkalmas lehet, ahol nagyon gyakran az adathiány miatt kell egy-egy országot vagy változót kihagyni az elemzésből (lásd például Udvari–Urbánné 2015 vagy Udvari–Pontet 2015).

A hiányzó adat (vagy hiányzó érték) definíciója a következő: „azon adatok összessége, melyek nem találhatók meg a vizsgálatra kiválasztott mintában” (Kang 2013, 402. o.). Adathiány az adatgeneráló-folyamat átmeneti felfüggesztése miatt jön létre idősorok esetében (Graham 2012), melyek kapcsán komoly elvárásokat szokás megfogalmazni: a hiányzó adatok kezelésekor sem „illik” torzítani az ARIMA- (autoregressive integrated moving average – autoregresszív integrált mozgóátlag-folyamat) és GARCH-paramétereket, rontani a reprezentativitást vagy az átlag, szórás értékét és az autokorreláltság fokát (Juan Carlos et al. 2010, Kang 2013).

Munkánk fő hozzáadott értékét a napi felbontású, pénzügyi idősorok hiányzó adatainak kezelése során alkalmazott főbb eljárások (a listaszerű vagy páronkénti törlés, átlaggal vagy a rendelkezésre álló historikus mediánnal történő pótlás és a likelihood-alapú várakozásmaximalizáció) összehasonlítása, miután a szakirodalom elsősorban a kérdőív típusú hiányzó adatok problémájának kezelését tárgyalja.

A vizsgált mintát az afrikai – az IMF (2013) besorolása szerinti – lebegő árfolyam-politikát folytató országok devizái adják: a kenyai shilling (KES), a ghánai cedi (GHS), a dél-afrikai rand (ZAR), a tanzániai shilling (TZS), ugandai új shilling (UGX), gambiai dalasi (GMD), madagaszkári ariary (MGA) és mozambiki metical (MZN) fizetőeszközök, amerikai dollárban kifejezve. Kontrollcsoportként a CEMAC (Commission of the Economic and Monetary Community of Central Africa – Közép-afrikai Gazdasági és Monetáris Közösség) által alkalmazott, euróhoz rögzített CFA frank 1 (XAF)⁶ is a mintába került, valamint a devizák közötti korreláció teszteléséhez az EUR/USD árfolyamot is elemeztük. Vizsgálatunk a Bloomberg adatbázisából letöltött, 2000. március 8. és 2015. március 6. közötti időszak napi záró adatain alapszik. A mintaválasztást az idősorok egzotikus jellege indokolja, amellyel, hogy e gazdaságok strukturális gyengesége miatt a pénz- és tőkepiaci idősorokra hagyományosan jellemző, eltérő nemzeti ünnepek miatti kereskedési szünetnapok mellett, további kereskedési szüneteket is találhatunk.

Tanulmányunk felépítése: az első fejezetben foglaljuk össze a hiányzó adatokkal kapcsolatos elméleti feltételezéseket, rámutatva a kérdőíves és idősoros adatok közötti különbségekre. Ezt követi a kezelésükre kidolgozott főbb eljárások bemutatása a módszertani második fejezetben, valamint az eredmények összehasonlítására szolgáló GARCH- és DCC- (dynamic conditional correlation – dinamikus feltételes korreláció) GARCH-modellek és az alapértelmezett VaR-eljárás ismertetése. A harmadik fejezetben előbb bemutatjuk a nyers, szinkronizálatlan devizás idősorok tulajdonságait, majd összevetjük őket a szinkronizált, hiányzó adatoktól megtisztított idősorok teszteredményeivel.

⁶ Közép-afrikai valutaközösségi frank (Csád, Egyenlítői Guinea, Gabon, Kamerun, Kongó, Közép-afrikai Köztársaság).

2. Elméleti háttér

A pénzügyi idősorok, különösen a napi záróárfolyamok esetében előfordul adathiány a kereskedési adatokban, hiszen egyes piacok zárva tarthatnak, míg a többi piacon javában zajlik a kereskedés. Ez egy érdekes többváltozós jelenség. A kereskedés hiánya egyrészt a nemzeti sajátosságokra vezethető vissza (például az ünnepekre, a szombati munkavégzésre), másrészt a piaci erők okozta alacsonyforgalmú helyzetekre (ez leggyakrabban a kis tőzsdecégek részvényeivel⁷ fordul elő), továbbá az árak hirtelen összeomlása miatti felfüggesztésre. Óriási irodalma van az árképzést és a piaci hatékonyságot aláásó jelenségeknek, amelyek közül a legtöbbet idézett a „hétvégehatás” (weekend effect) (Keim–Stambaugh 1984, Robins–Smith 2015, Shahid–Mehmood 2015).

A szakirodalom három típusát különbözteti meg az adathiánynak (Graham 2012, Junger–Leon 2015, Oravecz 2008):

- MCAR (missing completely at random – teljesen véletlenszerű adathiány): az adathiány nem függ az adatok vagy más, különösen a megfigyelt változó értékeitől. Kihagyásuk nem torzítja a becslésünket a homogenitásuk miatt (Enders 2010, Junger–Leon 2015, Kang 2013).
- MAR (missing at random – véletlenszerű adathiány): a hiányzás attól a változótól független, amely adatsorában felmerül (Kang 2013), de valamilyen mechanizmust feltételezhetünk a hiányzás mögött (Graham 2012). Kihagyásuk károsíthatja az olyan időbeli struktúrákat, mint az autokorreláció, a trendek vagy a szezonálitás (Junger–Leon 2015).
- MNAR (missing no at random – nem véletlenszerű adathiány) akkor következik be, ha a hiány nem független az azt tartalmazó változótól (Oravecz 2008), de amikor lehetséges, akkor torzítatlan becslést illeszthetünk a hiányzó adatokra (Graham 2012).

Előfordul, hogy az adathiányt a kutató nem tudja kezelni, mert az eloszlása ismeretlen, a MAR esetén csak feltételezéssel lehet élni (Graham 2012).

A következőkben három különféle adathiány kezelésére használható, Baraldi et al. (2015) által is leírt gyakorlatot mutatunk be. Az első, az adathiányt tartalmazó esetek listaszerű vagy páronkénti törlése, amikor eltávolítjuk azokat az intervallumokat, ahol legalább egy hiányzó adatunk van. A törlés az idősor töredezettségét okozhatja vagy torzítottá válhat a paraméter becslése, ezért csak MCAR-adathiánynál alkalmazható (Kang 2013). A második, az adathiány átlaggal vagy a rendelkezésre álló historikus mediánal történő pótlása, amit Junger–Leon (2015) is javasol aszimmetrikus adatoknál. Ennek a módszernek is hasonló hatása lehet, mint az előzőnek a logaritmikus hozamokra, melynek idősora zéró átlagú és móduszú. Ezt a megoldást Graham (2012) nem javasolja az MCAR-adathiány esetén, az elosz-

⁷ Erről a jelenségről bővebben ír például Giovanni (2005).

lások magasabb átlag körüli koncentrációja, valamint a standard hibák és variancia alulbecslése miatt (Junger–Leon 2015, Enders 2010). A harmadik és egyben legmodernebb eljárás, amikor a hiányzó adatokat megpróbálják rekonstruálni, minimalizálva a hibafüggvényt, a szórás deriválásával vagy valószínűségi hányadossal (Baraldi et al. 2015, Ceylan et al. 2013, Juan Carlos 2010). Az EM- (expectation maximization – várakozásmaximalizáció) modellek közül a leggyakrabban alkalmazott a maximum likelihood becslés, de neurális hálózatokra építő és genetikus struktúrán alapuló megközelítések is elterjedtek (Ceylan et al. 2013, Juan Carlos 2010). Az EM-eljárások hátránya, hogy alkalmazásuk több időt vehet igénybe, mert az algoritmusuk és a likelihood függvény nehezen számítható ki (Ruud 1991), valamint szükség lehet további adatgeneráló modellre is (Horari et al. 2013). Az EM-eljárások nem okoznak problémát MCAR-adathiány esetén, ilyenkor jól használhatók az EM eljárások. A legjobb választási lehetőség a maximum likelihood becslés a hiányos többváltozós normális eloszlású adatok kezelésére, ugyanis ezek az eljárások kevésbé torzítanak, mint az adathiány törlése vagy az átlaggal való pótlás. A maximum likelihood alkalmazhatósága a többi eljáráshoz képest függ a hiányzó adatok arányától, a mintanagyságtól és adatstruktúra kovarianciájától (Wothke 1998).

A hiányzó adatok miatti problémák befolyásolhatják olyan, a napi idősorokon történő többváltozós alkalmazások használatát, mint a volatilitás tovagyrűzését, az extrém ingadozások, illetve fertőzések modellezését, ahol a feltételes varianciáról, a kovarianciáról és a korrelációról azt feltételezzük, hogy a vizsgálat szempontjából döntő jelentőségűek.

3. Módszertan

A tanulmány három különféle adathiányt kezelő módszert hasonlít össze a legfontosabb centrális momentumok, az autokorreláció, a volatilitás tartóssága és az extrém elmozdulások alapján.

Tegyük fel, hogy a vizsgált n külföldi deviza közül kiválasztott i -edik deviza ($1 \leq i \leq n$) árfolyamából vett P_i minta (1) minden y kereskedési napon v mintamérettel a következők szerint írható le:

$$P_i = \begin{bmatrix} y_1 & p_{i,1} \\ \dots & \dots \\ y_v & p_{i,v} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Emellett kiválasztunk még egy másik k -edik ($1 \leq k \leq n$ és $k \neq i$) devizát is (2) w minta és z ($z \neq y$) időindexszel.

$$P_k = \begin{bmatrix} z_1 & p_{k,1} \\ \dots & \dots \\ z_w & p_{k,w} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

A minta mérete rendre megegyezik a kereskedési napok számával.

Amennyiben az előbbieket alapján leírható $P_{1,\dots,i,k,\dots,n}$ mátrixokat egyesíteni kell egy többváltozós elemzés céljából, akkor az időindexek összehangolására (szinkronizálására) van szükségünk, ami az Y és Z oszlopvektorok közötti közös és a diszjunkt halmazok elemeinek kezelését jelenti.

A listaszerű adattörlésnél (3) kizárunk minden olyan esetet, amikor legalább egy érték hiányzik – ez az Y és Z halmazok közös metszetét (T) jelenti:

$$T = Y \cap Z. \quad (3)$$

Az átlaggal való pótlás (4) alkalmazása különösen abból a szempontból praktikus, mert a logaritmikus hozamok jellemzően nulla közeli átlaggal és módusszal rendelkeznek. Az LOCF- (last observation carried forward – utolsó elvégzett megfigyelés értékelése) módszer alkalmazása szintén erre az eredményre vezet, nulla logaritmikus hozamot produkálva (feltételezve, hogy az o időindexnél hiányzik az adat, míg az $o-1$ esetében van).⁸

$$\begin{aligned} T &= (Y \cup Z), \quad p_{i,o} = p_{i,o-1} \text{ és} \\ T \notin (Y \cap Z), \text{ illetve } r_{i,o} &= p_{i,o} - p_{i,o-1} \end{aligned} \quad (4)$$

Az általános EM-algoritmus alapja egy iterált lineáris regressziós elemzés, de ezt helyettesítettük egy gauss eloszlású regressziós paraméter feltételes maximum likelihood becslésével (5) Schneider (2001) tanulmánya alapján. Egyes $p_{t,i} \notin P$ hiányzó értékkel rendelkező mátrix esetén, a hiányzó (kereskedési napok) és a rendelkezésre álló értékekkel megadott árak közötti kapcsolatra lineáris regressziós modell írható fel:

$$p_{NaN} = \mu_{NaN} + (p_a - \mu_a)B + \varepsilon, \quad (5)$$

ahol a a meglevő adatot jelenti, $B \in \mathfrak{R}^{n_a \times n_{NaN}}$ pedig a regressziós együtthatók mátrixa a hiányzó és meglevő értékek kovarianciamátrixával, az n számú összes mintából. Az $\varepsilon \in \mathfrak{R}^{1 \times n_{NaN}}$ reziduumból feltételezzük, hogy nulla átlagú és $C \in \mathfrak{R}^{n_{NaN} \times n_{NaN}}$ egy ismeretlen kovarianciamátrix-vektor. Az EM-algoritmus iterációiban a $\mu \in \mathfrak{R}^{1 \times n}$ átlagát és a $\Sigma \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ kovarianciamátrix becslését adottnak tekintjük, és ezek becsléséből számoljuk ki a \mathbf{B} mátrix regressziós együtthatóira és a \mathbf{C} kovarianciamátrix reziduumaikra vonatkozó feltételes maximum likelihood becslé-

⁸ Könnyen belátható, hogy nulla várható érték mellett az átlaggal való pótlás és az LOSCF-eljárás azonos eredményre vezet, amennyiben a javított idősornak a továbbiakban az $r_{i,o}$ differenciáltjaival számolunk: $r_{i,o} = p_{i,o} - p_{i,o-1}$ a $p_{i,o} = p_{i,o-1}$ esetben $r_{i,o} = 0$ eredménnyel zárul. Logaritmikus hozamoknál ellenben problémákba ütközünk, hiszen $e^x \neq 0$, ami miatt érdemes egy kellően kicsi $\varepsilon = 10^{-6}$ számmal kiegészíteni: $p_{i,o} = p_{i,o-1} + \varepsilon$, ekkor $r_{i,o} = \ln(p_{i,o} - p_{i,o-1} - \varepsilon) = \ln(\varepsilon) \approx 0$ lesz az eredmény.

seket minden hiányzó értéket tartalmazó bejegyzésre. Mindezt úgy, hogy az algoritmus minden hiányzó érték helyére imputált értéket helyettesítsen a teljes μ vektor és Σ mátrix újraszámítását megelőzően. Ezek alapján a becsült regressziós együtt-ható két (hiányzó-hiányzó és meglévő-hiányzó) becsült kovarianciamátrixból adódik: $\hat{B} = \widehat{\Sigma_{aa}^{-1}} \widehat{\Sigma_{aNaN}}$, amely a reziduum kovarianciamátrixának becslésére használható a későbbiekben. Azonban, az általános EM-algoritmus minden hiányzó értékkel rendelkező bejegyzés esetén a $\hat{B} = (\widehat{\Sigma_{aa}} + h^2 \text{Diag}(\widehat{\Sigma_{aa}}))^{-1} \widehat{\Sigma_{aNaN}}$ becslést használja, ahol a h szabályozó paraméter a diagonális elemeket $1 + h^2$ tényezővel bővíti.

Az említett eljárásokkal szinkronizált többváltozós idősorokon végrehajtott érzékenységvizsgálat a modellben szereplő bizonytalan input torzításának, a közép-értékek, autokorreláció vizsgálatát érinti, valamint meghatározza az adathiány százalékos súlyát a mintában (Kang 2013, Graham 2012). A varianciamodellre hatással lehet az adathiány, a modellválasztás és a paraméterek torzítása. Különbféle GARCH-modelleket illesztettünk az adatokra a volatilitás tartósságának vizsgálatához, követve Cappeello–Engle–Sheppard (2006) munkájában leírtakat. Az alkalmazott (6)–(10) modellek hasznosak a volatilitás és időbeli csoportosulásának (a heteroszkedaszticitás) megragadásához.

– GARCH (p, q):

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2, \quad (6)$$

ahol σ_t^2 a jelenbeli variancia, ω a konstans tényező, p a késleltetés száma az α_i paraméterű ε_{t-1}^2 innovációnak, valamint q a késleltetés száma a β_i paraméterű σ_{t-j}^2 varianciának a volatilitás tartósságának kimutatásához. Aszimmetrikus GARCH-modellek alapján:

$$\begin{cases} S_{t-i}^- = 1, & \text{ha } \varepsilon_{t-i} < 0 \\ S_{t-i}^- = 0, & \text{ha } \varepsilon_{t-i} \geq 0 \end{cases} \quad (7)$$

egy jelzés a csökkenő hozamokra adott aszimmetrikus reakciókra.

– GJR- (Glosten–Jagannathan–Runkle) GARCH (p, o, q):

$$\sigma_t = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i |\varepsilon_{t-i}| + \sum_{i=1}^o \gamma_i S_{t-i}^- |\varepsilon_{t-i}| + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}. \quad (8)$$

– TGARCH (p, o, q) (threshold GARCH – küszöb GARCH):

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^o \gamma_i S_{t-i}^- \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2, \quad (9)$$

– APARCH (p, o, q) (asymmetric power ARCH – aszimmetrikus teljesítmény ARCH):

$$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^\delta \quad (10)$$

ahol $\alpha_i > 0$ ($i=1, \dots, p$), $\gamma_i + \alpha_i > 0$ ($i=1, \dots, o$), $\beta_i \geq 0$ ($i=1, \dots, q$), $\alpha_i + 0,5 \gamma_j + \beta_k < 1$ ($i=1, \dots, p; j=1, \dots, o; k=1, \dots, q$) és δ index paraméter 1 és 2 közötti értéket vehet fel.

A modellválasztás során a homoszkedasztikus hibatagokra koncentráltunk (2-vel késleltetett ARCH-LM tesztet futtattunk), és megkerestük a legalacsonyabb BIC-cel (Bayesian information criterion – Bayes-féle információs kritérium) rendelkezőt. Engle (2002) alapján tanulmányunk a GARCH-alapú DCC-modellt⁹ alkalmazza a kiválasztott piacok napi együttmozgásának vizsgálatára.

A hiányzó értékek hatással vannak az adatokból számolt logaritmikus hozamok sűrűségfüggvényére, a listaszerű adattörlesztés feltételezhetően több adatot eredményezhet az eloszlás szélein a csonkított idősor esetében, míg az átlaggal történő imputáció növeli a 0 elmozdulás gyakoriságát a kiegészített időornál. Az EM-nek az átlag és az extrém értékek közötti adatokat kellene produkálnia. Az adatok extrém ingadozását közönséges VaR-moddellel (11) vizsgáltuk, ahol az extrém adatok súlya és a nem extrém adatok kurtózisa volt a változó.

$$r = r_n + r_x^- + r_x^+, \quad r_x^- < \mu - 1,65 * \sigma, \quad r_x^+ > \mu + 1,65 * \sigma \quad (11)$$

ahol r a logaritmikus hozam, μ a feltétel nélküli átlag, σ a feltétel nélküli szórás, r_x^- jelzi az extrém negatív, r_x^+ az extrém pozitív hozamokat és r_n mutatja a nem extrém adatok részhalmazát (Madura 2008).

A DCC-GARCH-modell definíciója Engle (2002) alapján:

$$r_t = \mu_t + \alpha_t, \quad \alpha_t = H_t^{1/2} z_t, \quad H_t = D_t R_t D_t, \\ R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1}, \quad Q_t = (1-a-b) \bar{Q} + a \varepsilon_{t-1} \varepsilon_{t-1}^T + b Q_{t-1}, \quad (12)$$

ahol r_t a hozamok logaritmusát, α_t a korrigált hozamot jelöli ($E[\alpha_t] = 0$ és $Cov[\alpha_t] = H_t$), μ_t a várható értéke a feltételes r_t -nek, H_t az α_t feltételes varianciamátrixa, $H_t^{1/2}$ adódik a Cholesky-felbontás után, D_t feltételes szórása az R_t feltételes korrelációs mátrixnak, z_t a független azonos eloszlású hibatagok vektora, Q_t feltétel nélküli kovarianciamátrixa a standardizált ε_t hibatagnak (Cappeillo et al. 2006).

A tanulmányunk a három modellt a következő alapján vizsgálja: eltérés a nyers és finomított adatok között, középértékek, autokorreláció, heteroszkedaszticitás, normális eloszlás, gyenge stacionaritás, GARCH-modell és paraméterválasztás, VaR-súlyok és kurtózis, valamint a dinamikus feltételes korreláció eredményeit hasonlítjuk össze.

⁹ A becslés a Kevin Sheppard által fejlesztett Oxford MFE és UCSD toolboxokon alapul: https://www.kevinshppard.com/MFE_Toolbox

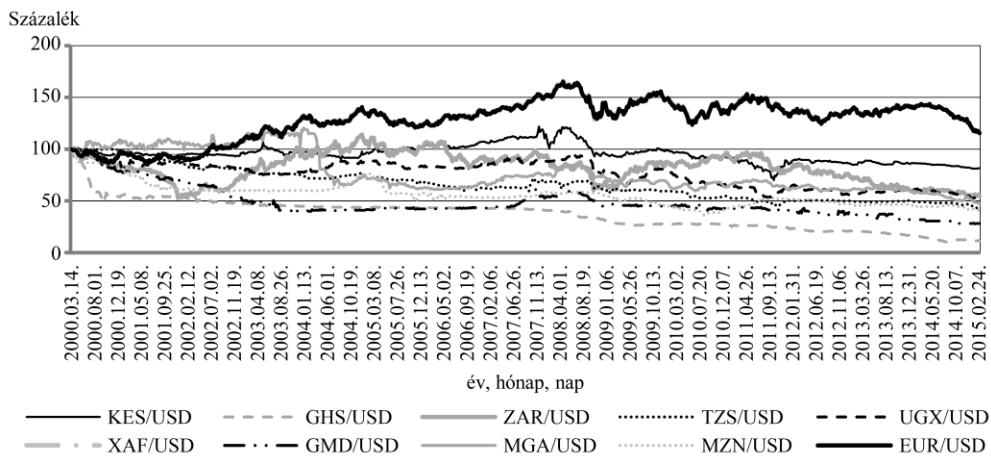
4. Eredmények és adatok

A nyers, szinkronizálatlan idősorok statisztikáit, valamint a szinkronizálás és a háromféle hiányzóadat kezelési eljárás nyomán kapott eredményeket hasonlítjuk össze ebben a fejezetben, bemutatva a pénzügyi idősorok vizsgálatára használt GARCH-, DCC-GARCH- és VaR-modellek hiányzó adatpótlási eljárásokkal szembeni érzékenységét

4.1. Eredeti idősor, egyváltozós tesztek

Az ábrán látható, hogy az euróhoz rögzített XAF szorosan követte e kulcsvaluta dollárral szembeni erősödését, majd 2008-at követő oldalazását. Emellett a KES és a ZAR értékelődött fel a subprime-válság (jelzáloghitel-válság) 2008-as kieleződése előtt. Ezeket az eseteket leszámítva a minta többi részére a leértékelődés volt jellemző.

I. ábra A mintában szereplő afrikai devizák árfolyamának változása a bázishoz képest 2000 és 2015 között (2000. március 8. = 100%)



Forrás: Bloomberg

A nyers idősor logaritmusos hozamai nulla átlaggal és alacsony szórással rendelkeztek, míg szimmetria csupán az EUR és a GMD esetében valósult meg. (Lásd az 1. táblázatot.) Kiugró csúcosság volt jellemző a mintára, ami a normális eloszlásnál az elvárthoz képest több extrém árfolyamváltozást jelzett – csupán a rögzített XAF-nál és az EUR-nál találtunk ideális, háromhoz közeli értékeket. A normális eloszlás hipotézisét valamennyi deviza esetében elvetettük, míg két késleltetés mellett a minta jelentős hányadára az autokorreláltság (kivéve az EUR-t) és a heteroszkedaszticitás (kivéve a KES-t, a ZAR-t és az EUR-t) volt jellemző. Az adatok gyenge stacionaritást mutattak.

1. táblázat Az egyváltozós idősorok leíró és alapstatisztikái

Deviza	Átlag	Szórás	Aszimmetria	Csúcsosság	Normális eloszlás Jarque–Bera (p)	Autokorre- láció Ljung–Box (p)	Heteroszkedaszticitás ARCH-LM (p)	Stacionaritás ADF (p)
KES/USD	0,00	0,01	-0,32	20,51	0,00	0,00	0,10**	0,00
GHS/USD	0,00	0,01	-1,23	33,77	0,00	0,00	0,00	0,00
ZAR/USD	0,00	0,01	-1,05	15,74	0,00	0,01	0,14**	0,00
TZS/USD	0,00	0,01	0,82	39,78	0,00	0,00	0,00	0,00
UGX/USD	0,00	0,01	-0,47	16,76	0,00	0,00	0,02	0,00
XAF/USD	0,00	0,01	0,13	5,14	0,00	0,00	0,00	0,00
GMD/USD	0,00	0,02	0,05	169,41	0,00	0,00	0,03	0,00
MGA/USD	0,00	0,01	-1,63	54,41	0,00	0,00	0,00	0,00
MZN/USD	0,00	0,01	-0,80	42,11	0,00	0,00	0,00	0,00
EUR/USD	0,00	0,01	-0,02	4,39	0,00	0,52*	0,59**	0,00

* Nem autokorrelált 2 késleltetés mellett

** Homoszkedasztikus 2 késleltetés mellett

Forrás: saját számítás a Kevin Sheppard-féle MFE Toolbox segítségével

2. táblázat GARCH-modellek az egyváltozós idősorokon

Deviza	Modell	ω	α_1	α_2	γ	β_1	β_2	BIC
		paraméter						
KES/USD	TARCH(1,1,2)	0,00	0,26		-0,03	0,46	0,29	-4,20
GHS/USD	GARCH(1,2)	0,00	0,11			0,37	0,51	-3,70
ZAR/USD	GJR GARCH(1,1,1)	0,00	0,12		-0,10	0,93		-3,21
TZS/USD	GARCH(1,1)	0,00	0,21			0,79		-3,91
UGX/USD	GARCH(1,1)	0,00	0,20			0,80		-3,82
XAF/USD*								
GMD/USD	TARCH(2,1,1)	0,00	0,30	0,30	-0,16	0,48		-2,81
MGA/USD	GJRGARCH(1,1,2)	0,00	0,02		0,03	0,47	0,49	-3,18
MZN/USD	GJRGARCH(1,1,2)	0,00	0,26		-0,11	0,29	0,51	-3,32
EUR/USD	GARCH(1,1)	0,00	0,04			0,96		-3,71

Forrás: saját számítás a Kevin Sheppard-féle UCSD Toolbox segítségével

Megjegyzés: Egy modell sem volt képes normális eloszlású homoszkedasztikus hibatagok létrehozására

Négy különböző (GARCH-, TARCH-, GJR-GARCH-, APARCH-) modell 13 különböző késleltetése mellett vizsgáltuk az idősorokat, keresve azt az eljárást, amely homoszkedasztikus hibatagokat eredményez abszolút értékben a legalacsonyabb BIC mellett. A minta felére az aszimmetrikus varianciát leíró modellek illeszkedtek jól (kivéve a GHS-t, a TZS-t, a UGX-t, az EUR-t), továbbá megjelent a volatilitás perzisztenciája (az 1-hez közeli béták). Sajátos eredményre jutottunk a GMD esetében, ahol az innovációk (vagy sokkok) kaptak komolyabb súlyozást. (Lásd a 2. táblázatot.)

VaR segítségével lehetőség nyílt arra, hogy az extrém elmozdulások leválogatásával létrehozott csonka idősor csúcossága 5 alá, jellemzően 3 közelébe csökkenjen. (Lásd a 3. táblázatot.) Az extrém árfolyammozgások súlya 10% alatti (kivéve a XAF-ra és EUR-ra jellemző 11%-ot), így az eljárás alkalmas volt azon ritka ingadozások kiszűrésére, amelyek az idősor vastag farkúságáért felelnek.

3. táblázat VaR-tulajdonságok az egyváltozós idősorokon

Mutató	KES	GHS	ZAR	TZS	UGX	XAF	GMD	MGA	MZN	EUR
Átlag	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Szórás	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,00
Aszimmetria	0,07	-0,14	-0,04	-0,02	-0,02	0,02	-0,04	0,04	0,05	0,01
Csúcosság	3,48	4,34	2,51	3,16	2,84	2,52	4,07	3,68	4,24	2,48
Extrém (-) küszöb	-0,01	-0,02	-0,02	-0,01	-0,01	-0,01	-0,03	-0,02	-0,02	-0,01
Extrém (+) küszöb	0,01	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,03	0,02	0,02	0,01
Extrém (-) (db)	148	121	179	136	149	190	105	100	123	189
Extrém (+) (db)	138	128	145	121	127	178	95	90	107	207
Nem extrém hozam (db)	3 606	3 573	3 589	3 578	3 563	3 455	3 589	3 424	3 598	3 517

Forrás: saját számítás Madura (2008) nyomán

4.2. Eljárások összehasonlítása

A hiányzások természetének jobb megértéséhez előbb teszteltük a két hiányzó adat felbukkanása között eltelt kereskedési napok számának normális eloszlását, illetve a hiányzó adatok mintabeli súlyát. A 4. táblázatban látható, hogy leginkább az MGA, illetve a GMD, a GHS és az XAF volt terhelt hiányzó adatokkal, továbbá a legkevésbé kíméletesnek a listaszerű törlés bizonyult a magasabb hiányzó százalékos értékeivel. Az adatok hiánya azonban nem véletlenszerűen jelenik meg, miután az adathiányok között eltelt idő adott devizán belül nem követ normális eloszlást. A hiányok létrejöttének időbeli eloszlása tehát nem a véletlentől függ, hanem egyéb gazdasági hatásoktól (ünnepnapoktól, piaci viszonyoktól).

A Függelék F1. táblázata tartalmazza a háromféle megközelítéssel kezelt idősorok logaritmikusan differenciáltjainak momentumait, a normális eloszlásának, az autokorreláltságnak és heteroszkedasztikusságnak és gyenge stacionaritásnak tesztjeit. Az első momentum nullához közeli maradt az eredeti idősorokhoz hasonlóan, azonban a szórás megduplázódott-triplázódott az esetek 60%-ában az EM-eljárásnál. Az idősorok aszimmetriájának jellegét mindegyik módszer befolyásolta. A csúcosság az esetek 40, illetve 50%-ában nőtt a listaszerű adattörlés és átlaggal pótlás mellett, míg akár nagyságrendi ugrásokat is mutatott az EM-eljárás mellett. A logaritmikusan hozamok továbbra sem voltak normál eloszlásúak, viszont gyengén stacionerek igen, továbbá nem volt érdemi változás sem autokorreláltságuk, sem heteroszkedaszticitásuk tekintetében.

4. táblázat A hiányzó adatok százalékos aránya és a közöttük eltelt idő normális eloszlásának tesztelése

Deviza	Adathiány százalékos súlya (%)		Hiányzó adatok között eltelt idő normális eloszlása Kolmogorov–Smirnov-teszt (p)
	Listaszerű adattörlés	Átlaggal pótlás	
KES/USD	1	1	0,00
GHS/USD	3	2	0,00
ZAR/USD	0	0	nincs adat
TZS/USD	2	2	0,00
UGX/USD	2	2	0,00
XAF/USD	3	2	0,00
GMD/USD	4	3	0,00
MGA/USD	9	8	0,00
MZN/USD	2	2	0,00
EUR/USD	0	0	nincs adat

Forrás: saját számítás

A VaR-eljárás esetében (lásd az F2. táblázatot) hasonló eredményre jutottunk, mint a csúcosságnál: az első két eljárás nem mutatott érdemi változásokat, ellenben az EM-et tekintve a VaR kevesebb extrém mozgást jelzett, míg a „nem extrém” halmaz kurtózisa az esetek 80%-ában megnőtt (kivéve a ZAR-nál és az EUR-nál). Az EM-eljárás alatt, a hiányzó adatok pótlása során a többváltozós idősor kovariancia-mátrixának stabilizálására tett lépések ezek szerint torzíthatják a feltétel nélküli szórás értékét.

A listaszerű adattörlés a volatilitás modelljeinél (lásd az F3. táblázatot) csekély változást idézett elő a paraméterek körében (az innovációs paraméterek kismértékben növekedtek, a múltbéli volatilitás paraméterei csökkentek), és csupán az MGA és MZN devizáknál javasolt más modell kiválasztása, amellelt, hogy ezúttal már volt olyan GARCH-modell, amely homoszkedasztikus hibatagokat eredményezett az XAF esetében. Az átlaggal pótlás módszere az egyébként is aszimmetrikus volatilitású MGN és GHS devizákra az APARCH-modellt illesztette, emellelt a GHS szimmetrikusból aszimmetrikus volatilitásúvá vált. A volatilitás paraméterei úgy mutattak emelkedést, hogy közben a BIC-értékek változatlanok maradtak. Az EM-eljárás átrendezte a korábbi, volatilitás szimmetriájával vagy épp aszimmetriájával kapcsolatos elképzeléseket, négy deviza (a KES, a GHS, a TZS, az UGX) vált szimmetrikusból aszimmetrikussá, míg három (a GMD, az MGA, az MZN) aszimmetrikusból szimmetrikus lett. A deviza árfolyamának csökkenése és a volatilitás növekedése közötti kapcsolatról alkotott képet tehát nagyban befolyásolta a hiányzó adatok kezelésére alkalmazott eljárás. Mindezt úgy, hogy az EM mellett kapott optimális GARCH BIC-értékek abszolút értékben alacsonyabbak a másik két eljárásé-

nál, tehát jobban illeszkedő modellekkel van dolgunk. A ZAR és az EUR volatilitás-modelljei annak ellenére, hogy a listaszzerű törlés miatt rengeteg adatot veszítettek (és emiatt töredezettenebbek lettek) nem változtak érdemben, míg az egyébként számos hiányzó nappal terhelt GMD és MGA GARCH-modelljei és azok paraméterezése az adatkezelési eljárások függvényében alakultak.

Dacára az Európai Unió és az Egyesült Államok által a mintaországok számára nyújtott számos külkereskedelmi, segélyezési és egyéb, fizetési mérleg javítását is magában foglaló, programjának (Udvari–Pontet 2015), a listaszzerű adattörléssel és átlaggal pótlással szinkronizált többváltozós idősorok korrelálatlanok voltak az EUR/USD árfolyamával szemben – leszámítva a feltörekvő ZAR és a rögzített XAF esetét. (Lásd az F4. táblázatot.) A devizák izoláltságát jelzi, hogy a mintából csak a ZAR és az XAF mutatott szorosabb feltétel nélküli korrelációt. Ehhez képest az EM-eljárás esetében számos, komolyabb feltétel nélküli együttmozgást sejtető eredményre juthatunk, ilyen a GHS és az UGX között mért 0,64-es, valamint a GHS és a KES, a TZS, a GMD, az MGA és az MZN között tapasztalt 0,3–0,5 közötti értékek, amihez hasonlókat találunk még az UGX–KES, a TZS–UGX, a GMD–MZN párok esetében is. Az idősorok időbeli változásának lehetősége miatt teszteltük az idősor dinamikus feltételes korrelációját (DCC–GARCH) is, ahol ismét csupán a ZAR és az XAF mutatott valamiféle együttmozgást. (Lásd az 5. táblázatot.) Bár a listaszzerű adattörlés mellett magasabbnak tűnik az átlagos feltételes korreláció, kétmintás t -próbával csupán a ZAR/USD–EUR/USD páros esetében találni szignifikáns különbséget az átlaggal pótláshoz és EM-hez képest ($p = 0,55$ mellett, míg a többi esetben $p = 0,00$ volt az eredmény).

5. táblázat Az afrikai devizák EUR/USD-vel szembeni dinamikus feltételes korrelációinak momentumai

Deviza	Listaszzerű adattörlés				Átlaggal pótlás				EM-modell			
	1.	2.	3.	4.	1.	2.	3.	4.	1.	2.	3.	4.
	momentum											
KES/USD	0,0451	0,0489	0,1880	2,3352	0,0357	0,0459	0,5519	2,6715	0,0147	0,0354	-1,2180	3,4391
GHS/USD	-0,0010	0,0166	0,0417	6,9048	-0,0055	0,0094	0,1457	8,0598	0,0294	0,0157	0,7023	2,2311
ZAR/USD	0,4290	0,1775	-0,6407	3,4664	0,4119	0,1711	-0,4950	2,9529	0,4119	0,1711	-0,4950	2,9529
TZS/USD	-0,0037	0,0216	0,4166	10,2784	-0,0351	0,0088	-0,3345	1,9282	-0,0059	0,0023	-13,0668	201,9501
UGX/USD	0,0384	0,0214	0,2245	4,8841	0,0569	0,0167	0,2014	1,7215	0,0343	0,0228	0,4147	3,8064
XAF/USD	0,8373	0,1755	-1,3723	4,6628	0,7686	0,2313	-1,4152	5,3184	0,7642	0,2403	-1,4034	5,0187
GMD/USD	-0,0321	0,0151	-0,5513	2,1798	-0,0296	0,0156	-0,5877	2,2286	0,0060	0,0073	0,7218	20,5067
MGA/USD	0,0634	0,0322	-0,1573	2,7352	0,0531	0,0214	-0,0327	2,5063	0,0558	0,0117	0,5373	2,1534
MZN/USD	-0,0054	0,0191	-0,1388	2,1902	-0,0055	0,0390	-0,8071	2,6819	-0,0187	0,0350	-0,9365	3,1454

Forrás: saját szerkesztés

5. Összefoglalás

A likelihood-becsléseken alapuló általános várakozásmaximalizációs modellek kifejezetten népszerűnek számítanak napjainkban a kérdőívtípusú vizsgálatok hiányzó adatainak kezelése során, szerves részét képezve a leginkább elterjedt statisztikai programoknak (például az SPSS-nek). Mindazonáltal a pénzügyi idősorok esetében célszerűbb megmaradni az ott egyébként is előszeretettel alkalmazott listászerű adattörlés vagy átlaggal pótlás eljárásainál, amennyiben a vizsgált idősorokban tömegesen megjelenik az adathiány. Ezek segítségével ugyanis kevésbé módosulnak a második és negyedik momentumok, vagy csökkennek a VaR-jelzések, továbbá a negatív logaritmikus hozamok is kevésbé hajlamosak a volatilitás növekedését okozni. A piacok, illetve eszközök közötti fertőzések vizsgálata során pedig további torzításokat kerülhetünk el általuk.

Függelék

F1. táblázat
A többváltozós idősorok leíró és alapstatisztikái

Deviza	Átlag	Szórás	Aszimmetria	Csúcsosság	Normális eloszlás Jarque–Bera (p)	Autokorreláció Ljung–Box (p)	Heteroskedaszticitás ARCH-LM (p)	Stacionaritás ADF (p)
Listaszerű adattörlesztés								
KES/USD	0,00	0,01	0,28	18,60	0,00	0,00	0,08	0,00
GHS/USD	0,00	0,01	1,78	39,88	0,00	0,00	0,00	0,00
ZAR/USD	0,00	0,01	1,07	17,89	0,00	0,22	0,50	0,00
TZS/USD	0,00	0,01	-0,87	30,73	0,00	0,00	0,00	0,00
UGX/USD	0,00	0,01	0,46	16,63	0,00	0,00	0,07	0,00
XAF/USD	0,00	0,01	-0,06	5,08	0,00	0,00	0,00	0,00
GMD/USD	0,00	0,02	-0,03	169,73	0,00	0,00	0,03	0,00
MGA/USD	0,00	0,01	1,77	58,07	0,00	0,00	0,00	0,00
MZN/USD	0,00	0,01	0,92	49,84	0,00	0,00	0,00	0,00
EUR/USD	0,00	0,01	-0,05	4,59	0,00	0,83	0,86	0,00
Átlaggal pótlás								
KES/USD	0,00	0,01	0,32	20,60	0,00	0,00	0,22	0,00
GHS/USD	0,00	0,01	1,25	34,57	0,00	0,00	0,00	0,00
ZAR/USD	0,00	0,01	1,05	15,74	0,00	0,01	0,14	0,00
TZS/USD	0,00	0,01	-0,84	40,52	0,00	0,00	0,00	0,00
UGX/USD	0,00	0,01	0,46	16,99	0,00	0,00	0,02	0,00
XAF/USD	0,00	0,01	-0,14	5,26	0,00	0,00	0,00	0,00
GMD/USD	0,00	0,02	-0,05	174,91	0,00	0,00	0,03	0,00
MGA/USD	0,00	0,01	1,61	57,71	0,00	0,00	0,00	0,00
MZN/USD	0,00	0,01	0,81	43,03	0,00	0,00	0,00	0,00
EUR/USD	0,00	0,01	-0,02	4,39	0,00	0,51	0,59	0,00
EM-modell								
KES/USD	0,00	0,01	0,98	181,04	0,00	0,00	0,02	0,00
GHS/USD	0,00	0,03	-0,02	358,51	0,00	0,00	0,06	0,00
ZAR/USD	0,00	0,01	1,05	15,74	0,00	0,01	0,14	0,00
TZS/USD	0,00	0,02	0,04	198,98	0,00	0,00	0,00	0,00
UGX/USD	0,00	0,02	0,03	121,75	0,00	0,00	0,00	0,00
XAF/USD	0,00	0,01	-0,21	13,08	0,00	0,00	0,00	0,00
GMD/USD	0,00	0,03	-0,07	74,16	0,00	0,00	0,00	0,00
MGA/USD	0,00	0,04	0,11	24,16	0,00	0,00	0,00	0,00
MZN/USD	0,00	0,02	0,14	55,40	0,00	0,00	0,00	0,00
EUR/USD	0,00	0,01	-0,02	4,39	0,00	0,51	0,59	0,00

Forrás: Itt és a Függelék további táblázatainál saját számítás

F2. táblázat
A VaR különböző eljárások mellett

Mutató	Deviza									
	KES	GHS	ZAR	TZS	UGX	XAF	GMD	MGA	MZN	EUR
Listaszerű adattörlesztés										
Átlag	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Szórás	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00
Aszimmetria	-0,05	0,09	0,06	0,06	0,00	-0,02	0,02	-0,02	-0,02	0,00
Csúcsosság	3,49	4,31	2,54	3,03	2,87	2,52	4,05	3,69	4,02	2,50
X (-) küszöb	-0,01	-0,02	-0,02	-0,01	-0,01	-0,01	-0,03	-0,02	-0,02	-0,01
X (+) küszöb	0,01	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,03	0,02	0,02	0,01
X (-) (db)	130	111	119	119	115	159	84	87	82	160
X (+)	136	105	153	135	130	169	97	90	91	173
Nem extrém hozam (db)	3146	3196	3140	3158	3167	3084	3231	3235	3239	3079
Átlaggal pótlás										
Átlag	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Szórás	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,00
Aszimmetria	-0,07	0,13	0,04	0,01	0,00	-0,03	0,05	-0,10	-0,02	0,00
Csúcsosság	3,51	4,47	2,51	3,25	2,88	2,59	4,37	3,95	4,38	2,48
X (-) küszöb	-0,01	-0,02	-0,02	-0,01	-0,01	-0,01	-0,03	-0,02	-0,02	-0,01
X (+) küszöb	0,01	0,02	0,02	0,01	0,01	0,01	0,03	0,02	0,02	0,01
X (-) (db)	138	128	145	121	129	188	97	102	111	189
X (+)	148	124	179	135	149	192	107	105	123	207
Nem extrém hozam (db)	3626	3660	3588	3656	3634	3532	3708	3705	3678	3516
EM-modell										
átlag	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Szórás	0,00	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00
Aszimmetria	-0,05	0,04	0,04	-0,16	-0,03	-0,02	0,08	-0,20	-0,05	0,00
Csúcsosság	5,58	9,62	2,51	7,01	5,63	2,66	5,30	10,66	5,11	2,48
X (-) küszöb	-0,02	-0,05	-0,02	-0,03	-0,03	-0,01	-0,06	-0,07	-0,04	-0,01
X (+) küszöb	0,02	0,06	0,02	0,03	0,03	0,01	0,06	0,07	0,04	0,01
X (-) (db)	45	26	145	38	56	144	76	127	94	189
X (+) (db)	50	30	179	41	67	159	84	129	113	207
Nem extrém hozam (db)	3817	3856	3588	3833	3789	3609	3752	3656	3705	3516

F3. táblázat
A GARCH-modell a korrigált idősorokon

Deviza	Modell	ω	α_1	α_2	γ	β_1	β_2	δ δ	BIC
paraméter									
Listaszerű adattörlés									
KES/USD	TARCH(1,1,2)	0,00	0,23		0,04	0,40	0,36		-4,12
GHS/USD	GARCH(1,2)	0,00	0,13			0,35	0,52		-3,68
ZAR/USD	TARCH(1,1,1)	0,00	0,05		0,07	0,91			-3,13
TZS/USD	GARCH(1,1)	0,00	0,25			0,75			-3,96
UGX/USD	GARCH(1,1)	0,00	0,21			0,79			-3,80
XAF/USD	GARCH(1,1)	0,00	0,04			0,95			-3,57
GMD/USD	TARCH(2,1,1)	0,01	0,15	0,38	0,10	0,42			-2,76
MGA/USD	APARCH(1,1,1)	0,00	0,02		0,05	0,94		3,98	-3,22
MZN/USD	GARCH(1,2)	0,00	0,23			0,30	0,47		-3,36
EUR/USD	GARCH(1,1)	0,00	0,05			0,95			-3,63
Átlaggal pótlás									
KES/USD	TARCH(1,1,2)	0,00	0,23		0,03	0,44	0,32		-4,20
GHS/USD	APARCH(1,1,1)	0,00	0,05		-0,01	0,89		3,66	-3,69
ZAR/USD	GJRGARCH(1,1,1)	0,00	0,02		0,10	0,93			-3,21
TZS/USD	GARCH(1,1)	0,00	0,20			0,80			-3,92
UGX/USD	GARCH(1,1)	0,00	0,19			0,81			-3,83
XAF/USD	GARCH(1,2)	0,00	0,06			0,02	0,91		-3,62
GMD/USD	TARCH(2,1,1)	0,00	0,14	0,28	0,17	0,49			-2,83
MGA/USD	APARCH(1,1,1)	0,00	0,02		0,07	0,95		3,44	-3,22
MZN/USD	TARCH(1,1,2)	0,00	0,14		0,12	0,29	0,52		-3,32
EUR/USD	GARCH(1,1)	0,00	0,04			0,96			-3,71
EM-modell									
KES/USD	GJRGARCH(1,1,2)	0,00	0,09		-0,05	0,00	0,94		-3,72
GHS/USD	TARCH(1,1,2)	0,00	0,31		-0,10	0,00	0,74		-2,44
ZAR/USD	GJRGARCH(1,1,1)	0,00	0,02		0,10	0,93			-3,21
TZS/USD	TARCH(1,1,2)	0,00	0,72		-0,43	0,30	0,20		-3,18
UGX/USD	APARCH(1,1,1)	0,00	0,16		-0,19	0,34		4,00	-3,04
XAF/USD	Egy modell sem adott homoszkedasztikus hibát								
GMD/USD	GARCH(1,1)	0,00	0,34			0,50			-2,28
MGA/USD	GARCH(1,2)	0,00	0,30			0,38	0,32		-2,35
MZN/USD	GARCH(1,1)	0,00	0,40			0,55			-2,75
EUR/USD	GARCH(1,1)	0,00	0,04			0,96			-3,71

F4. táblázat
*Homoszkedasztikus hibatagokkal standardizált logaritmikus hozamokon számított
feltétel nélküli korreláció*

Deviza	Deviza									
	KES/USD	GHS/USD	ZAR/USD	TZS/USD	UGX/USD	XAF/USD	GMD/USD	MGA/USD	MZN/USD	EUR/USD
Listaszerű adattörlés										
KES/USD	0,00	0,00	0,05	0,04	0,09	0,06	0,00	0,05	0,00	0,05
GHS/USD	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ZAR/USD	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,38	0,00	0,00	0,00	0,43
TZS/USD	0,04	0,00	0,00	0,00	0,08	0,00	0,00	0,00	0,04	0,00
UGX/USD	0,09	0,00	0,00	0,08	0,00	0,04	0,05	0,00	0,00	0,04
XAF/USD	0,06	0,00	0,38	0,00	0,04	0,00	0,00	0,07	0,00	0,83
GMD/USD	0,00	0,00	0,00	0,00	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
MGA/USD	0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,07	0,00	0,00	0,00	0,06
MZN/USD	0,00	0,00	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
EUR/USD	0,05	0,00	0,43	0,00	0,04	0,83	0,00	0,06	0,00	0,00
Átlaggal pótlás										
KES/USD	0,00	0,00	0,03	0,05	0,08	0,06	0,00	0,00	0,00	0,04
GHS/USD	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
ZAR/USD	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00	0,35	0,00	0,00	0,00	0,41
TZS/USD	0,05	0,00	0,00	0,00	0,08	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
UGX/USD	0,08	0,00	0,00	0,08	0,00	0,04	0,04	0,00	-0,05	0,00
XAF/USD	0,06	0,00	0,35	0,00	0,04	0,00	0,00	0,06	0,00	0,76
GMD/USD	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
MGA/USD	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,06	0,00	0,00	0,00	0,05
MZN/USD	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,05	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
EUR/USD	0,04	0,00	0,41	0,00	0,00	0,76	0,00	0,05	0,00	0,00
EM-modell										
KES/USD	0,00	0,32	0,00	0,17	0,33	0,05	0,08	0,13	0,14	0,03
GHS/USD	0,32	0,00	0,00	0,46	0,64	-0,03	0,33	0,38	0,46	0,00
ZAR/USD	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,30	0,00	0,00	0,03	0,41
TZS/USD	0,17	0,46	0,00	0,00	0,41	0,00	0,29	0,29	0,38	0,00
UGX/USD	0,33	0,64	0,00	0,41	0,00	0,00	0,25	0,27	0,29	0,03
XAF/USD	0,05	-0,03	0,30	0,00	0,00	0,00	0,00	0,04	-0,03	0,66
GMD/USD	0,08	0,33	0,00	0,29	0,25	0,00	0,00	0,07	0,36	0,00
MGA/USD	0,13	0,38	0,00	0,29	0,27	0,04	0,07	0,00	0,22	0,00
MZN/USD	0,14	0,46	0,03	0,38	0,29	-0,03	0,36	0,22	0,00	0,00
EUR/USD	0,03	0,00	0,41	0,00	0,03	0,66	0,00	0,00	0,00	0,00

Megjegyzés. csak a szignifikáns ($p < 0,05$) korrelációkat tartalmaz a táblázat. A szürkével jelzett értékek a nullától érdemben eltérő korrelációt jelölik

Felhasznált irodalom

- Baraldi, P. – Di Maio, F. – Genini, D. – Zio, E. (2015): Reconstruction of missing data in multidimensional time series by fuzzy similarity. *Applied Soft Computing Journal*, 26, 1, 1–9. o. <http://dx.doi.org/10.1016/j.asoc.2014.09.038>
- Bilmes, J. A. (1998): A gentle tutorial of the EM algorithm and its application to parameter estimation for gaussian mixture and hidden Markov models. *International Computer Science Institute*, 510, 4, 1–13. o. <http://melodi.ee.washington.edu/people/bilmes/mypapers/em.pdf>
- Cappiello, L. – Engle, R. F. – Sheppard, K. (2006): Asymmetric dynamics in the correlations of global equity and bond returns. *Journal of Financial Econometrics*, 4, 4, 537–572. o. <http://dx.doi.org/10.1093/jjfinec/nbl005>
- Ceylan, Y. – Sipan, A. – Cem, I. – Inci, B. (2013): Comparison of missing value imputation methods in time series: The case of Turkish meteorological data. *Theoretical & Applied Climatology*, 112, 1–2, 143–167. o.
- Engle, R. F. (2002): Dynamic conditional correlation – A simple class of multivariate GARCH models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20, 3, 377–389. o. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.236998>
- Giovanni, P. (2005): Are Euro area small cap stocks an asset class? Evidence from mean-variance spanning tests. *European Financial Management*, 11, 2, 229–253. o.
- Graham, J. W. (2012): *Missing Data – Analysis and Design*. Springer. New York, Heidelberg, Dordrecht, London.
- Houari, R. – Bounceur, A. – Kechadi, T. – Euler, R. (2013): A new method for estimation of missing data based on sampling methods for data mining. *Advances in Computational Science, Engineering and Information*, 225, 89–100. o. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-00951-3_9
- IMF (International Monetary Fund) (2013): *IMF Annual Report on Exchange Arrangements and Exchange Restrictions 2013*. Washington.
- Juan Carlos, F. G. – Dusko, K. – Bello, L. – Amilcar, C. (2010): An evolutionary approach for imputing missing data in time series. *Journal of Circuits, Systems & Computers*, 19, 1, 107–121. o. <http://dx.doi.org/10.1142/S0218126610006050>
- Junger, W.L. – Ponce de Leon, A. (2015): Imputation of missing data in time series for air pollutants. *Atmospheric Environment*, 2, 102, 96–104. o. <http://dx.doi.org/10.1016/j.atmosenv.2014.11.049>
- Kang, H. (2013): The prevention and handling of the missing data. *Korean J Anesthesiol*, 64,5, 402–406. o. <http://dx.doi.org/10.4097/kjae.2013.64.5.402>
- Keim, D. B. – Stambaugh, R. F. (1984): A further investigation of the weekend effect in stock returns. *The Journal of Finance*, 39, 3, 819–835. o. <http://dx.doi.org/10.1111/j.1540-6261.1984.tb03675.x>
- Madura, J. (2008): *International Financial Management*. Cengage Learning, Stamford.
- Oravecz B. (2008): Hiányzó adatok és kezelésük a statisztikai elemzésekben. *Statisztikai Szemle*, 86, 4, 365–385. o.
- Robins, R. P. – Smith, G. P. (2016): No More Weekend Effect. *Critical Finance Review*, 5, 2, 1–9. o. <http://cfr.ivo-welch.info/>

- Ruud, P. A. (1991): Extensions of estimation methods using the EM algorithm. *Journal of Econometrics*, 49, 3, 305–341. o. [http://dx.doi.org/10.1016/0304-4076\(91\)90001-T](http://dx.doi.org/10.1016/0304-4076(91)90001-T)
- Udvari B. – Pontet J. (2015): Költségvetés-támogatás: útban a hatékonyabb segélyezés felé (?) *Külgazdaság*, 59, 1–2, 134–163. o.
- Udvari, B. – Urbánne Mező J. (2015): Az ifjúsági munkanélküliség és a munkaerő-piaci rugalmasság összefüggései az Európai Unióban. *Külgazdaság*, 59, 11–12, 52–78. o.
- Schneider, T. (2001): Analysis of incomplete climate data: estimation of mean values and covariance matrices and imputation of missing values. *Journal of Climate*, 14, 5, 853–871. o. [http://dx.doi.org/10.1175/1520-0442\(2001\)014%3C0853:AOICDE%3E2.0.CO;2](http://dx.doi.org/10.1175/1520-0442(2001)014%3C0853:AOICDE%3E2.0.CO;2)
- Shahid, M. N. – Mehmood, Z. (2015): Calendar anomalies in stock market: A case of KSE 100 index. *International Journal of African and Asian Studies*, 7, 16–23. o.
- Wothke, W. (1998): Longitudinal and multi-group modeling with missing data. In: Little, T. D. – Schnabel, K. U. – Baumert, J. (eds.): *Modeling Longitudinal and Multiple Group Data: Practical Issues, Applied Approaches and Specific Examples*. Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah.